

几道函数经典题例析¹

题1: 若集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid \frac{x^2 - 4}{x + a} = 1, a \in \mathbf{R}\}$ 的子集有且只有两个, 求实数 a 的取值集合 M .

题2: 已知函数 $f(x) = \ln(ax^2 + x + 1)$, 根据下列条件求实数 a 的取值范围:

- (1) 定义域为 \mathbf{R} ;
- (2) 值域为 \mathbf{R} .

题3: 已知函数 $f(x) = \frac{x}{ax + b}$, (a, b 为常数, 且 $a \neq 0$) 满足 $f(2) = 1$, 方程 $f(x) = x$ 有唯一实数解, 求函数 $f(x)$ 的解析式, 并求 $f(f(-3))$ 的值.

¹ 适用必修一或高三第一轮复习基本初等函数I

题4: 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上且周期为2的函数, 在区间 $[-1, 1]$ 上, $f(x) = \begin{cases} ax + 1, & -1 \leq x < 0, \\ \frac{bx + 2}{x + 1}, & 0 \leq x \leq 1, \end{cases}$ 其

中 $a, b \in \mathbf{R}$. 若 $f(\frac{1}{2}) = f(\frac{3}{2})$, 则 $a + 3b$ 的值为_____.

题5: 写出一个满足满足 $f(xy) = f(x) + f(y) - 1$, 则函数 $f(x) =$ _____; 若 $f(x)$ 为单调函数, 则 $f(x) =$ _____.

题6: 写出一个满足 $f(x + y) = 2f(x)f(y)$, 则函数 $f(x) =$ _____.

题7: 已知三个正数 a, b, c , 满足 $a^3 + b^3 = c^3$, 那么这三个正数 a, b, c ()

- A. 能组成一个锐角三角形的三边
- B. 能组成一个直角三角形的三边
- C. 能组成一个钝角三角形的三边
- D. 不能组成一个三角形的三边

题8: 若 m, n 均为实数, 且 $m^3 - 3m^2 + 5m = 1, n^3 - 3n^2 + 5n = 5$, 求 $m + n$ 的值².

²对高一, 提示: 利用函数奇偶性, 即 $m^3 - 3m^2 + 5m = (m - 1)^3 + 2(m - 1) + 3$, 构造奇函数 $f(x) = x^3 + 2x$