# 2013 年 4 月查漏补缺文理合卷
# 高二下数学

**附：随机变量 $\boldsymbol{K}^2$ 的概率分布**

| $P(K^2 \geq k)$ | 0.50 | 0.40 | 0.25 | 0.15 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.010 | 0.005 | 0.001 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $k$ | 0.455 | 0.708 | 1.323 | 2.072 | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

1. $\mathrm{i}$ 是虚数单位，$n$ 是正整数，则 $\mathrm{i}^n+\mathrm{i}^{n+1}+\mathrm{i}^{n+2}+\mathrm{i}^{n+3}=$________.

2. （文科）在研究身高和体重的关系时，求得相关指数 $R^2 \approx$_____，可以叙述为“身高解释了 64% 的体重变化，而随机误差贡献了剩余的 36%”所以身高对体重的效应比随机误差的效应大得多.

   （理科）函数 $f(x)=\sqrt{x}$ 的图象在 $x=4$ 处的切线方程是________.

3. （文科）某高校“统计初步”课程的教师随机调查了选该课的一些学生情况，具体数据如下表：

| 性别 | 非统计专业 | 统计专业 |
|---|---|---|
| 男 | 13 | 10 |
| 女 | 7 | 20 |

   为判断主修统计专业是否与性别有关系，根据表中数据得到 $k=\dfrac{50\times(13\times20-10\times7)^2}{23\times27\times20\times30}\approx4.844$，因为________，所以判定主修统计专业与性别_____（填空“有”或“无”）关系，那么这种判断出错的可能性为_____.

   （理科）设函数 $f(x)=x\ln x, x\in[\mathrm{e}^{-2},\mathrm{e}]$，则 $f(x)$ 的最大值为________，最小值为________.

4. （文科）某工厂的某种型号的机器的使用年限 $x$ 和所支出的维修费用 $y$（万元）有下表的统计资料：

| $x$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 2.2 | 3.8 | 5.5 | 6.5 | 7.0 |

   根据上表可得回归方程 $\hat{y}=1.23x+\hat{a}$，据此模型估计，该型号机器使用年限为 10 年时维修费用约________ 万元（结果保留两位小数）.

   （理科）已知 $\vec{a}=3\vec{\mathrm{i}}+2\vec{\mathrm{j}}-\vec{\mathrm{k}}, \vec{b}=\vec{\mathrm{i}}-\vec{\mathrm{j}}+2\vec{\mathrm{k}}$ 则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=$ ________.

5. 数列 $2,5,10,17,x,37,\cdots$ 中 $x$ 等于_____，这个数列的一个通项公式是_____.

6. （文科）已知 $f(x)$ 为一次函数，且 $f(x)=x-f'(x)$，则 $f(x)=$________.

   （理科）已知 $f(x)$ 为一次函数，且 $f(x)=x-\int_0^{\sqrt{3}+1}f(t)dt$，则 $f(x)=$________.

7. 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+ax$ 在 $(-\infty,-1)$ 上为增函数，在 $(-1,1)$ 上为减函数，在 $(1,+\infty)$ 上为增函数，则 $f(1)$ 的值为________.

8. （文科）函数 $f(x)=\dfrac{e^{2x}}{x}$ 的导函数是________.

   （理科）已知不等式 $x^2-ax+4\geq0$ 对于任意的 $x\in[1,3]$ 恒成立，则实数 $a$ 的取值范围是________.

9. 设平面内有 $n$ 条直线 $(n\geq3, n\in N^*)$，其中有且仅有两条直线互相平行，任意三条直线不过同一点．若用 $f(n)$ 表示 $n$ 条直线交点的个数，则 $f(4)=$ _____；当 $n\geq3$ 时，$f(n)=$________.（用含 $n$ 的数学表达式表示）

10. 实数 $m$ 分别取什么值时，复数 $z=(m^2-5m+6)+(m^2-3m)\mathrm{i}$ 是实数？虚数？纯虚数？表示复数 $z$ 的点在第二象限？

11. 用分析法或综合法证明：$\sqrt{n-1}-\sqrt{n-2}<\sqrt{n-3}-\sqrt{n-4}$ 其中,$n>3,n\in N^*$.

12. 已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+5,a,b\in\mathbb{R},f'(1)=3,x=2$ 是函数的一个极值点.

(I) 求 $f(x)$ 的解析式;

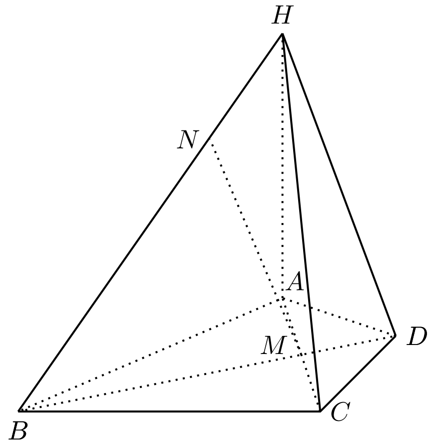
(II) 求在 $[0,1]$ 上的最大值和最小值.

13. （理科）在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面$ABCD,\triangle ABC$ 是正三角形，$AC$ 与 $BD$ 的交点 $M$ 恰好是 $AC$ 点，又 $PA=AB=4,\angle CDA=120°$，点 $N$ 在线段 $PB$ 上，且 $PN=\sqrt{2}$.

(I) 求证：$BD\perp PC$；

(II) 求证：$MN\parallel$ 平面$PDC$；

(III) 求二面角 $A-PC-B$ 的余弦值.




14. 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2-3m^2x+1,(m\in\mathbb{R})$.

(I) 当 $m=1$ 时，求曲线$f(x)$ 在点 $(2,f(2)$ 处的切线方程；

(II) 若$f(x)$ 在区间 $(2m-1,m+1)$ 上单调递增，求 $m$ 的取值范围.

15. 已知 $M$ 是由满足下述条件的函数构成的集合:

对 $\forall\, f(x)\in M$，①方程 $f(x)-x=0$ 有实数根；②函数 $f(x)$ 的导数 $f'(x)$ 满足 $0<f'(x)<1$ .

(I) 判断函数 $f(x)=\dfrac{x}{2}+\dfrac{\sin x}{4}$ 是否是集合 $M$ 中的元素，并说明理由；

(II) 集合 $M$ 中的元素 $f(x)$ 具有下面的性质:

若 $f(x)$ 的定义域为 $D$，则对于 $\forall\,[m,n]\subseteq D$，都 $\exists\, x_0\in(m,n)$ ，使得等式 $f(n)-f(m)=(n-m)f'(x_0)$ 成立.

试用这一性质证明：方程 $f(x)-x=0$ 有且只有一个实数根.