

# 海淀区高二年级第二学期期中练习 数 学 (理科)

2013.04

学校 \_\_\_\_\_ 班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 成绩 \_\_\_\_\_

本试卷共 100 分, 考试时间 90 分钟

一. 选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的

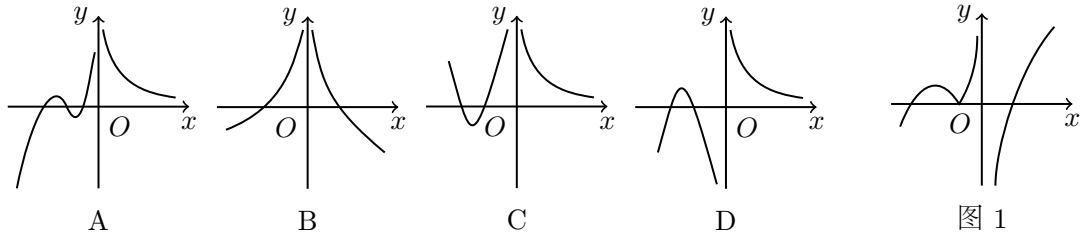
1. 已知向量  $\vec{a} = (1, x, -2)$ ,  $b = (2, 1, x)$ , 且  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , 则  $x$  的值为 ( )

- A. -1                      B. 0                      C. 1                      D. 2

2. 曲线  $f(x) = \frac{1}{x}$ , 在点  $(1, f(1))$  处的切线的倾斜角为 ( )

- A.  $\frac{\pi}{4}$                       B.  $\frac{\pi}{3}$                       C.  $\frac{2\pi}{3}$                       D.  $\frac{3\pi}{4}$

3. 设函数  $f(x)$  在其定义内可导, 且其图象如图 1 所示, 则导函数  $y = f'(x)$  的图象可能为 ( )



4. 观察下列各等式:  $5^5 = 3125$ ,  $5^6 = 15625$ ,  $5^7 = 78125$ ,  $\dots$ , 则  $5^{2013}$  的末四位数是 ( )

- A. 3125                      B. 5625                      C. 8125                      D. 0625

5. 已知下列命题:

- ①  $\sqrt{7} - \sqrt{5} \leq \sqrt{10} - \sqrt{2}$ ;  
 ②  $\triangle ABC$  的三个内角满足  $\sin A + \sin B > \sin C$ ;  
 ③ 存在等比数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 + a_3 = 2a_2$  成立.

其中所有正确的命题序号是 ( )

- A. ①                      B. ① ②                      C. ② ③                      D. ① ② ③

6. 若水以恒速(即单位时间内注入的体积相同)注入图 2 的容器, 则容器中的水的高度  $h$  与时间  $t$  的函数关系图象是 ( )

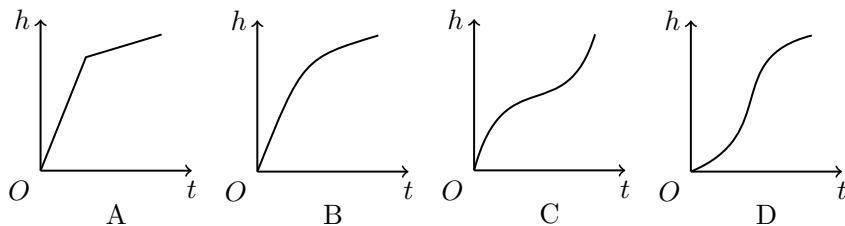


图 2

7. 若函数  $f(x) = x^3 + ax + b$  有三个零点, 分别为  $x_1, x_2, x_3$ , 且满足  $x_1 < 1, x_2 = 1, x_3 > 1$ , 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $(-\infty, 0)$       B.  $(-\infty, -1)$       C.  $(-\infty, -2)$       D.  $(-\infty, -3)$

8. 已知正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 1, 如图 3,  $P$  是截面  $A_1BD$  内(包括边界)的动点, 则  $\vec{C_1P} \cdot \vec{C_1B}$  的值不可能是 ( )

- A. 0.9      B. 1.2      C. 1.5      D. 1.8

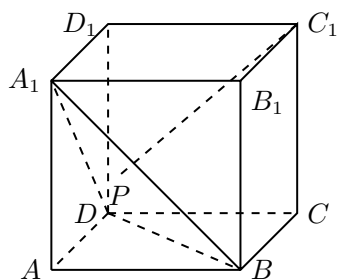


图 3

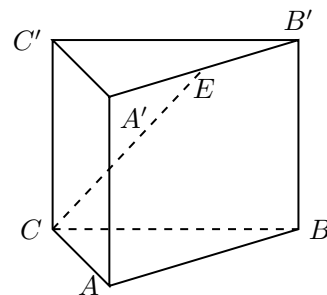


图 4

二. 填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 把答案填在题中横线上

9. 已知三个点  $A(1, -1, b), B(2, a, 1), O(0, 0, 0)$  在同一条直线上,

则  $a = \underline{\hspace{2cm}}, b = \underline{\hspace{2cm}}$ .

10. 若函数  $y = ax - \sin x$  是  $\mathbb{R}$  上的单调递增函数, 则实数  $a$  的取值范围  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

11. 由曲线  $y = x^2$  和直线  $y = 2x$  围成的封闭区域的面积为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

12. 如图 4 所示, 已知三棱柱  $A'B'C' - ABC$  的侧棱垂直于底面,  $AC \perp CB$ , 且  $AC = CB = CC' = 2$ .

若  $E$  为  $A'B'$  中点, 则  $CE$  与底面  $ABC$  所成角的余弦值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 若函数  $f(x) = (x^2 - 3)e^x$ , 给出下面四个结论:

①  $f(-3)$  是  $f(x)$  的极大值,  $f(1)$  是  $f(x)$  的极小值;

②  $f(0) < 0$  的解集为  $\{x | -\sqrt{x} < x < \sqrt{3}\}$ ;

③  $f(x)$  没有最小值, 也没有最大值;

④  $f(x)$  有最小值, 没有最大值.

其中正确的结论序号有  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 已知函数  $f(x) = \frac{x}{x+3}$ , 构造如下函数序列  $f_n(x) : f_n(x) = f[f_{n-1}(x)] (n \in \mathbb{N}^*, \text{且 } n \geq 2)$ , 其中

$f_1(x) = f(x), (x > 0)$ , 则  $f_3(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ , 函数  $f_n(x)$  的值域为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

三. 解答题, 本大题共 4 小题, 共 44 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤

15. (本小题共 10 分)

已知函数  $f(x) = \frac{a^2}{3}x^3 - 2ax^2 + bx$ , 其中  $a, b \in \mathbb{R}$ , 且曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, f(0))$  处的切线斜率为 3.

(I) 求  $b$  的值;

(II) 若函数在  $x = 1$  处取得极大值, 求  $a$  的值.

16. (本小题共 10 分)

已知点列  $A_n(x_n, 0), n \in \mathbb{N}^*$ , 其中  $x_1 = 0, x_2 = a(a > 0)$ ,  $A_3$  是线段  $A_1A_2$  的中点,  $A_4$  是线段  $A_2A_3$  的中点,  $\dots A_n$  是线段  $A_{n-2}A_{n-1}$  的中点,  $\dots$ .

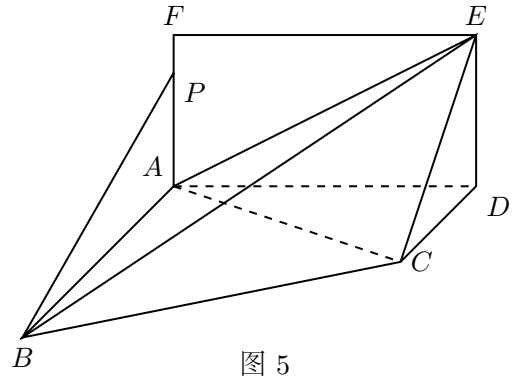
(I) 写出  $x_n, x_{n-1}, x_{n-2}$  之间的关系式 ( $n \geq 3$ );

(II) 设  $a_n = x_{n+1} - x_n$ , 计算  $a_1, a_2, a_3$  的值, 由此推测数列  $\{a_n\}$  的通项公式, 并加以证明.

17. (本小题共 12 分)

已知平面  $ADEF \perp$  平面  $ABCD$ , 其中  $ADEF$  为矩形,  $AB \parallel CD$ ,  $AB \perp AD$ , 且  $AB = 2CD = 2DE = 4$ ,  $AD = 2\sqrt{2}$ , 如图 5 所示.

- (I) 求证  $BF \perp AC$ ;
- (II) 求二面角  $B - CE - D$  的的余弦值;
- (III) 在线段  $AF$  上是否存在点  $P$ , 使得  $BP \parallel$  平面  $ACE$ , 若存在, 确定点  $P$  的位置. 若不存在, 请说明理由.



18. (本小题共 12 分)

已知函数  $f(x) = ax^2 - (a + 1)x + \ln x$ .

- (I) 当  $a = -2$  时, 判断函数  $f(x)$  零点的个数;
- (II) 求函数  $f(x)$  的单调区间.